



第2课时 有理数的乘方——有理数的混合运算

名师点金

有理数的混合运算要把握两点：一是要考虑运算顺序；二是要善于观察题目中各数之间的特殊关系，能够运用运算律，使运算快捷而准确。

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 163 页)

随堂导练

知识点1 有理数的混合运算

- (2015·杭州) 下列计算正确的是(C)
A. $2^3 + 2^5 = 2^8$ B. $2^3 - 2^4 = 2^{-1}$
C. $2^3 \times 2^4 = 2^7$ D. $2^8 \div 2^4 = 2^2$
- 计算 $9 - 3 \times (-2)$ 的结果为(A)
A. 15 B. 3 C. -3 D. -15
- 计算 $8 - 2^3 \div (-4) \times (-7 + 5)$ 的结果为(B)
A. -4 B. 4 C. 12 D. -12
- (2015·台湾) 算式 $(-3)^4 - 7^2 - \frac{2^6}{(-2)^3}$ 之值为何?(D)
A. -138 B. -122 C. 24 D. 40
- 对于计算 $-2^4 + 18 \times (-3) \div (-2)$ ，下列运算步骤错误的是(C)
A. $-16 + [18 \div (-2)] \times (-3)$
B. $-16 + (18 \div 2) \times 3$
C. $-16 - 54 \div 2$
D. $-16 + (-54) \div (-2)$
- 下列计算正确的是(B)
A. $-24 + 2^2 \div 20 = -20 \div 20 = -1$
B. $\frac{2^2}{3} + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) \times 2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{6} \times 2 = 1$
C. $-2^4 - 15^2 \div 15 = 16 - 15 = 1$
D. $(-2)^4 - [(-3)^2 + (-2)^2] = 16 - 17 = -1$
- 已知 n 表示正整数，则 $\frac{1^n}{2} + \frac{(-1)^n}{2} =$ (C)
A. 0 B. 1
C. 0 或 1 D. 无法确定，随 n 值的不同而不同
- (中考·苏州) 按照如图所示的操作步骤，若输入 x 的值为 2，则输出的值为 20 .

输入 x → 加上 3 → 二次方 → 减去 5 → 输出

(第 8 题)

9. 阅读下面的解题过程并解答问题：

$$\text{计算：} -2^2 \div \left(\frac{1}{3} - 1 \frac{1}{2} - 3 \right) \times 6.$$

$$\text{解：原式} = -4 \div \left(-\frac{25}{6} \right) \times 6 \quad (\text{第一步})$$

$$= -4 \div (-25) \quad (\text{第二步})$$

$$= -\frac{4}{25}. \quad (\text{第三步})$$

(1) 上面解题过程有两处错误：第一处是第 二 步，错误的原因是 没按顺序计算，乘除是同级运算，除法在前面应该先进行除法计算；

第二处是第 三 步，错误的原因是 没有按符号法则正确确定结果的符号。

(2) 请将其更正。

$$\begin{aligned} \text{解：(2) 原式} &= (-4) \div \left(-\frac{25}{6} \right) \times 6 \\ &= (-4) \times \left(-\frac{6}{25} \right) \times 6 \\ &= \frac{144}{25}. \end{aligned}$$

知识点2 混合运算中的数字规律

10. 填在下面各正方形(如图)中的四个数之间都有着相同的规律，根据这种规律可知 m 的值是(D)

0	4	2	6	4	8	6	
2	8	4	22	6	44		m

(第 10 题)

- 38 B. 52 C. 66 D. 74
- 先找规律，再填数： $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ， $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$ ， $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{56}$ ，...，则 $\frac{1}{999} + \frac{1}{1\,000} - \frac{1}{500} = \frac{1}{999 \times 1\,000}$.
- 观察下列一组算式： $3^2 - 1^2 = 8 = 8 \times 1$ ， $5^2 - 3^2 = 16 = 8 \times 2$ ， $7^2 - 5^2 = 24 = 8 \times 3$ ， $9^2 - 7^2 = 32 = 8 \times 4$ ，...，根据你所发现的规律，猜想 $2\,015^2 - 2\,013^2 = 8 \times$ 1 007 .
- 观察下列等式：

$$1 \times 5 + 4 = 3^2, 2 \times 6 + 4 = 4^2,$$

$$3 \times 7 + 4 = 5^2, 4 \times 8 + 4 = 6^2.$$

请你在观察后用你得出的规律填空：

$$\underline{48} \times \underline{52} + \underline{4} = 50^2.$$

易错点 当底数是分数或负数时，往往会忽略括号而导致错误

$$14. \text{ 计算：} -2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3} \right)^2.$$

$$\text{解：} -2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = -8 \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} = -8.$$



II 整合方法·提升练

(点拔见 163 页)

课后导练

考查角度1 利用有理数的混合运算顺序进行计算

15. 计算:

- (1) $(2015 \cdot \text{淮安}) |-4| + 2^3 + 3 \times (-5)$;
- (2) $-7^2 + 2 \times (-3)^2 - (-6) \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2$;
- (3) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-1\frac{1}{3}\right) + 0.25^2 \times (-1)^{2016}$;
- (4) $\{10 - [(1-1.1)^2 \times 10 - 10]^4 \div 9.9^3\}^2$.

解:(1)原式 $= 4 + 8 - 15 = -3$.

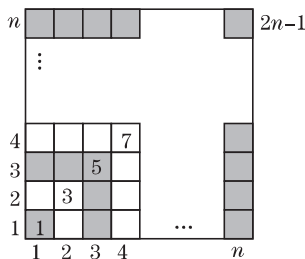
(2)原式 $= -49 + 2 \times 9 - (-6) \div \frac{1}{9}$
 $= -49 + 18 + 54$
 $= 23$.

(3)原式 $= \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 1$
 $= \left(-\frac{27}{8}\right) \div \frac{1}{8} \times \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{16}$
 $= \left(-\frac{27}{8}\right) \times 8 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{16}$
 $= 36 + \frac{1}{16}$
 $= 36\frac{1}{16}$.

(4)原式 $= \{10 - [(-0.1)^2 \times 10 - 10]^4 \div 9.9^3\}^2$
 $= [10 - (0.1 - 10)^4 \div 9.9^3]^2$
 $= [10 - (-9.9)^4 \div 9.9^3]^2$
 $= (10 - 9.9)^2$
 $= 0.01$.

考查角度2 利用图中包含信息求规律值问题(面积法)

16. (中考·潍坊) 如图所示, 每一个小方格的面积为 1, 请根据面积计算求出如下算式: $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$ 的值 (n 是正整数).



(第 16 题)

解: 利用每个小方格的面积为 1, 可以得出 $1 + 3 = 4 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$, $\dots$, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$.

III 探究培优·拓展练

(点拔见 163 页)

课后选练

拔尖角度1 利用有理数的混合运算解与相反数、倒数、绝对值的综合问题

17. 若 a 与 b 互为相反数, x, y 互为倒数, m 的绝对值与倒数均是它本身, n 的相反数是它本身, 求 $\frac{1}{5}(a^{2015} + b^{2015}) - 9 \times \left(\frac{1}{xy}\right)^{2016} + (-m)^{2015} - n^{2016}$ 的值.

解: 因为 a 与 b 互为相反数, 所以 $a = -b$.

因为 x, y 互为倒数, 所以 $xy = 1$.

因为 m 的绝对值与倒数均是它本身, 所以 $m = 1$.

因为 n 的相反数是它本身, 所以 $n = 0$.

所以 $\frac{1}{5}(a^{2015} + b^{2015}) - 9 \times \left(\frac{1}{xy}\right)^{2016} + (-m)^{2015} - n^{2016}$
 $= \frac{1}{5}[a^{2015} + (-a)^{2015}] - 9 \times 1^{2016} + (-1)^{2015} - 0^{2016}$
 $= 0 - 9 - 1 - 0 = -10$.

拔尖角度2 利用阅读中的信息探究规律

18. 小明编了一个程序, 在按程序计算时(如图所示), 他发现了一个规律, 你能填写下表并找出他发现的规律吗?

$x \rightarrow \text{平方} \rightarrow +x \rightarrow \div x \rightarrow -x \rightarrow \text{答案}$

(第 18 题)

(1) 补全表格:

输入 x	3	2	-2	$\frac{1}{3}$	...
输出答案	1	1	1	1	...

(2) 你发现的规律是 当输入的 x 值为任一非零数时, 输出的结果总是 1.

(3) 你能用简要的过程证明他发现的规律吗?

解:(1) 补全表格如下:

(3) $(x^2 + x) \div x - x = x + 1 - x = 1$.

教你一招

有理数混合运算的规律方法: 运算时要仔细观察题中各数之间的关系, 适当运用运算律, 改变运算顺序, 以简化计算. 在运算过程中, 带分数一般化成假分数, 小数一般化成分数, 再进行运算. 常用简便运算的方法: (1) 运用运算律; (2) 优先结合: 同号结合, 互为相反数结合, 凑整结合等; (3) 分配律的逆用; (4) 裂项相消; (5) 分组计算.