

盐城市 2010/2011 学年度高三年级第二次调研考试

数学试题

(总分 160 分, 考试时间 120 分钟)

一、填空题: 本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 计 70 分. 不需写出解答过程, 请把答案写在答题纸的指定位置上.

1. 复数 $z = \sqrt{2} + i$ 的共轭复数为 $\boxed{\Delta}$.
2. 已知集合 $A = \{x | x + 1 > 0\}$, $B = \{x | x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B = \boxed{\Delta}$.
3. 从 $\{1, 2, 3\}$ 中随机选取一个数 a , 从 $\{2, 3\}$ 中随机选取一个数 b , 则 $b > a$ 的概率是 $\boxed{\Delta}$.
4. 已知 a, b, c 是非零实数, 则“ a, b, c 成等比数列”是“ $b = \sqrt{ac}$ ”的 $\boxed{\Delta}$ 条件(从“充要”、“充分不必要”、“必要不充分”、“既不充分又不必要”中选择一个填空).
5. 将参加数学夏令营的 100 名学生编号为 001, 002, …, 100, 现采用系统抽样方法抽取一个容量为 25 的样本, 且第一段中随机抽得的号码为 004, 则在 046 号至 078 号中, 被抽中的人数为 $\boxed{\Delta}$.
6. 如图, 运行伪代码所示的程序, 则输出的结果是 $\boxed{\Delta}$.

```
a ← 1
b ← 2
I ← 2
While I ≤ 6
    a ← a + b
    b ← a + b
    I ← I + 2
End While
Print b
```

7. 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ 的最大值为 $\boxed{\Delta}$.
8. 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1, a_3, a_9 成等比数列, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $\frac{S_{11} - S_9}{S_7 - S_6}$ 的值为 $\boxed{\Delta}$.
9. 已知命题: “若 $x \perp y$, $y \parallel z$, 则 $x \perp z$ ”成立, 那么字母 x, y, z 在空间所表示的几何图形有可能是: ①都是直线; ②都是平面; ③ x, y 是直线, z 是平面; ④ x, z 是平面, y 是直线. 上述判断中, 正确的有 $\boxed{\Delta}$ (请将你认为正确的判断的序号都填上).
10. 已知函数 $f(x) = a^x - x + b$ 的零点 $x_0 \in (k, k+1)$ ($k \in \mathbb{Z}$), 其中常数 a, b 满足 $3^a = 2, 3^b = \frac{9}{4}$, 则 $k = \boxed{\Delta}$.

11. 在平面直角坐标系 xoy 中, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A , P 是椭圆上的一点, l 为左准线, $PQ \perp l$, 垂足为 Q , 若四边形 $PQFA$ 为平行四边形, 则椭圆的离心率 e 的取值范围是 $\boxed{\quad}$.

12. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \perp AD, AD = DC = 1, AB = 3$, 动点 P 在 $\triangle ABC$ 内运动 (含边界), 设

$\overrightarrow{AP} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AD} (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$, 则 $\alpha + \beta$ 的取值范围是 $\boxed{\quad}$.

13. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} + a^2, g(x) = x^3 - a^3 + 2a + 1$, 若存在 $\xi_1, \xi_2 \in [\frac{1}{a}, a] (a > 1)$, 使得 $|f(\xi_1) - g(\xi_2)| \leq 9$, 则 a 的取值范围是 $\boxed{\quad}$.

14. 已知函数 $f(x) = \cos x, g(x) = \sin x$, 记 $S_n = 2 \sum_{k=1}^{2n} f\left(\frac{(k-1)\pi}{2n}\right) - \frac{1}{2^n} \sum_{k=1}^{2n} g\left(\frac{(k-n-1)\pi}{2n}\right)$,

$T_m = S_1 + S_2 + \dots + S_m$, 若 $T_m < 11$, 则 m 的最大值为 $\boxed{\quad}$.

二、解答题: 本大题共 6 小题, 计 90 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤, 请把答案写在答题纸的指定区域内.

15. (本小题满分 14 分).

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的所对边的长分别为 a, b, c , 且 $a = \sqrt{5}, b = 3, \sin C = 2 \sin A$.

(I) 求 c 的值.

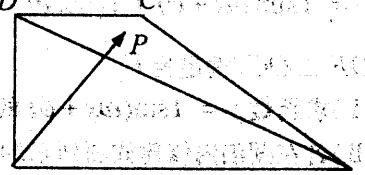
(II) 求 $\sin(2A - \frac{\pi}{3})$ 的值.

16. (本小题满分 14 分)

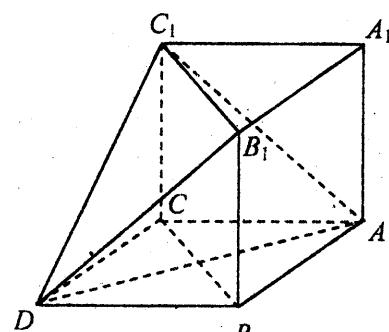
在如图所示的多面体中, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长均为 2, 四边形 $ABDC$ 是菱形.

(I) 求证: 平面 $ADC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 .

(II) 求该多面体的体积.



第 12 题



第 16 题

17. (本小题满分 14 分)

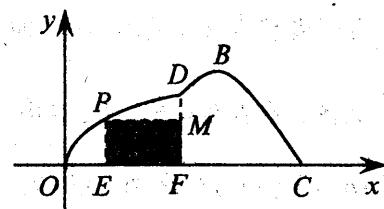
如图所示, 某市准备在一个湖泊的一侧修建一条直路 OC ; 另一侧修建一条观光大道, 它的前一段 OD 是以 O 为顶点, x 轴为对称轴, 开口向右的抛物线的一部分, 后一段 DBC 是函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}$), $x \in [4, 8]$ 时的图象, 图象的最高点为 $B(5, \frac{8}{3}\sqrt{3})$.

$DF \perp OC$, 垂足为 F .

(I) 求函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的解析式.

(II) 若在湖泊内修建如图所示的矩形水上乐园 $PMFE$,

问点 P 落在曲线 OD 上何处时, 水上乐园的面积最大?



第 17 题

18. (本小题满分 16 分)

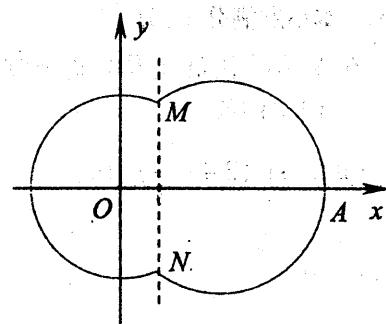
如图, 在平面直角坐标系 xoy 中, 已知曲线 C 由圆弧 C_1 和圆弧 C_2 相接而成, 两相接点 M, N 均在直线 $x = 5$ 上. 圆弧 C_1 的圆心是坐标原点 O , 半径为 13;

圆弧 C_2 过点 $A(29, 0)$.

(I) 求圆弧 C_2 的方程.

(II) 曲线 C 上是否存在点 P , 满足 $PA = \sqrt{30}PO$? 若存在, 指出有几个这样的点; 若不存在, 请说明理由.

(III) 已知直线 $l: x - my - 14 = 0$ 与曲线 C 交于 E, F 两点, 当 $EF = 33$ 时, 求坐标原点 O 到直线 l 的距离.



第 18 题

19. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+b}$ 是定义在 R 上的奇函数, 其值域为 $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$.

(I) 试求 a, b 的值.

(II) 函数 $y = g(x) (x \in R)$ 满足: ① 当 $x \in [0, 3]$ 时, $g(x) = f(x)$; ② $g(x+3) = g(x) \ln m (m \neq 1)$.

① 求函数 $g(x)$ 在 $x \in [3, 9]$ 上的解析式.

② 若函数 $g(x)$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上的值域是闭区间, 试探求 m 的取值范围, 并说明理由.

20. (本小题满分 16 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 单调递增, 且各项非负. 对于正整数 K , 若任意的 $i, j (1 \leq i \leq j \leq K)$, $b_j - a_i$ 仍是 $\{a_n\}$ 中的项, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“ K 项可减数列”.

(I) 已知数列 $\{b_n\}$ 是首项为 2, 公比为 2 的等比数列, 且数列 $\{b_n - 2\}$ 是“ K 项可减数列”. 试确定 K 的最大值.

(II) 求证: 若数列 $\{a_n\}$ 是“ K 项可减数列”, 则其前 n 项的和 $S_n = \frac{n}{2}a_n (n = 1, 2, \dots, K)$.

(III) 已知 $\{a_n\}$ 是各项非负的递增数列, 写出(II)的逆命题, 判断该逆命题的真假, 并说明理由.

盐城市 2010/2011 学年度高三年级第二次调研考试

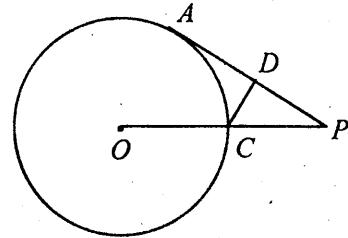
数学附加题部分

(本部分满分 40 分, 考试时间 30 分钟)

21. [选做题] 在 A、B、C、D 四小题中只能选做 2 题, 每小题 10 分, 计 20 分. 请把答案写在答题纸的指定区域内.

A. (选修 4—1: 几何证明选讲)

过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的切线 PA , 切点为 A , 连接 OP 与 $\odot O$ 交于点 C , 过 C 作 AP 的垂线, 垂足为 D . 若 $PA=12 \text{ cm}$, $PC=6 \text{ cm}$, 求 CD 的长.



B. (选修 4—2: 矩阵与变换)

已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 的一个特征值为 3, 求其另一个特征值.

C. (选修 4—4: 坐标系与参数方程)

若两条曲线的极坐标方程分别为 $\rho=1$ 与 $\rho=2 \cos(\theta + \frac{\pi}{3})$, 它们相交于 A, B 两点, 求线段 AB 的长.

D. (选修 4—5: 不等式选讲)

设 a_1, a_2, a_3 均为正数, 且 $a_1 + a_2 + a_3 = m$, 求证: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \geq \frac{9}{m}$.

[必做题] 第 22、23 题,每小题 10 分,计 20 分.请把答案写在答题纸的指定区域内.

22. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xoy 中,椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 在第一象限的部分为曲线 C , 曲线 C 在其上动点

$P(x_0, y_0)$ 处的切线 l 与 x 轴和 y 轴的交点分别为 A, B , 且向量 $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

(I) 求切线 l 的方程(用 x_0 表示).

(II) 求动点 M 的轨迹方程.

23. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = -a_n^2 + pa_n$ ($p \in R$), 且 $a_1 \in (0, 2)$. 试猜想 p 的最小值, 使得 $a_n \in (0, 2)$ 对 $n \in N^*$ 恒成立, 并给出证明.