

凉山州 2016 届高中毕业班第三次诊断性检测

数学（文科）参考答案及评分意见

一、选择题

1.D 2.A 3.C 4.C 5.C 6.B 7.D 8.D 9.A 10.C

二、填空题

11.-2; 12.[0,6]; 13.33; 14. $x > y$; 15. (2) (3) (4);

三、解答题

16. (1) 解:由已知有 $a_1=1, d=1$,4 分

则 $a_n = n$ 6 分

(2)10 分

$$b_n = \frac{1}{n(n+1)} = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right),$$

则裂项求和12 分

$$T_n = \frac{n}{n+1}$$

17.解: (1) 不满意用户有 4 名, 基本满意有 4 名, 满意又 2 名
记: 从这 10 名不满意用户和基本满意用户各抽取一名为事件 A

$\therefore P_{(A)} = \frac{1+3}{4 \times 4} = \frac{1}{4}$ 6 分

(2) 记: 从这 10 名满意用户和基本满意用户任意抽取两名至少有一名为满意用户为事件 B

$\therefore P_{(B)} = \frac{C_2^2 + C_2^1 C_4^1}{C_6^2} = \frac{3}{5}$ 12 分.

(列举略)

18.解: (1) $\because \sin\left(\frac{\pi}{3} - C\right) + \cos\left(C - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \cos C = \frac{1}{2}$, 3 分

\because 在 $\triangle ABC$ 中, $0 < C < \pi$, $\therefore C = \frac{\pi}{3}$ 5 分

(2) $\because \sin A = 2 \sin B$, $\therefore a = 2b$,6 分

$$\text{又 } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C,$$

$$\therefore (2\sqrt{3})^2 = 4b^2 + b^2 - 2 \times 2b^2 \times \frac{1}{2} = 3b^2, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore b = 2, \quad a = 4. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$\therefore S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = 2\sqrt{3}$ 12 分

19. (1) 证明: 连结 AC 交 BQ 于 N , 连结 MN , 因为 $\angle ADC = 90^\circ$, Q 为 AD 的中点, 所以 N 为 AC 的中点, 2 分

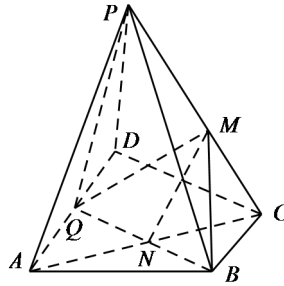
M 为 PC 的中点, 即 $PM = MC$,

$\therefore MN$ 为 ΔPAC 的中位线,

$\therefore MN \parallel PA$,

又 $MN \subset$ 平面 BMQ , $PA \not\subset$ 平面 BMQ ,

所以 $PA \parallel$ 平面 BMQ 5 分



(2)由(1)可知, $PA \parallel$ 平面 BMQ ,

所以点 P 到平面 BMQ 的距离等于点 A 到平面 BMQ 的距离,

$\therefore V_{P-BMQ} = V_{A-BMQ} = V_{M-ABQ}$,

取 CD 的中点 K , 连结 MK , 可得 $MK \parallel PD$,

$\therefore MK = \frac{1}{2}PD = 1$,

又 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $\therefore MK \perp$ 底面 $ABCD$,

又 $BC = \frac{1}{2}AD = 1$, $PD = CD = 2$,

可求得 $AQ = 1, BQ = 2, MQ = \sqrt{3}, NQ = 1$, 10 分

$\therefore V_{P-BMQ} = V_{A-BMQ} = V_{M-ABQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot BQ \cdot MK = \frac{1}{3}$,

$S_{\Delta BQM} = \sqrt{2}$,

则点 P 到平面 BMQ 的距离 $d = \frac{3V_{P-BMQ}}{S_{\Delta BMQ}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 12 分

20. 解: (I) 由已知 $f'(x) = \frac{1}{x} + 2, (x > 0)$,

$f'(1) = 3$ 所以斜率 $k = 3$,

又切点为 $(1, 2)$, 所以切线方程为 $y - 2 = 3(x - 1)$,

即 $3x - y - 1 = 0$; 5 分

$$(II) f'(x) = \frac{1}{x} - a = \frac{1-ax}{x}, (x > 0)$$

①当 $a \leq 0$ 时, 由于 $x > 0$ 故 $1-ax > 0$, $f'(x) > 0$

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, +\infty)$, 9 分

②当 $a > 0$ 时, $f'(x) = 0$, 得 $x = \frac{1}{a}$

在区间 $(0, \frac{1}{a})$ 上, $f'(x) > 0$

在区间 $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 上, $f'(x) < 0$

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0, \frac{1}{a})$,

单调递减区间为 $(\frac{1}{a}, +\infty)$; 13 分

21. 解: (1) 由题意得, 焦点为椭圆的左焦点, 即 $F(-c, 0)$

设弦与椭圆的交点为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{代入椭圆方程得 } \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \dots \text{①} \quad \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1 \dots \text{②}$$

$$\text{①式} - \text{②式, 得 } -\frac{b^2}{a^2} = \frac{y_1^2 - y_2^2}{x_1^2 - x_2^2} \dots \text{③}$$

\because 点 M 平分弦 AB , 弦经过焦点,

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2}{3}, \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1}{3}, \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3} + c}$$

$$\text{代入③式得, } -\frac{b^2}{a^2} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}}{-\frac{4}{3} \times (-\frac{2}{3} + c)}, \quad \text{即 } \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{6(c - \frac{2}{3})}$$

$$\text{又 } \because \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad a^2 - b^2 = c^2, \quad \therefore c^2 = b^2 = \frac{1}{2}a^2, \quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{6(c - \frac{2}{3})}$$

$$\text{即 } c = 1, \quad a = \sqrt{2}, \quad \therefore \text{椭圆方程为 } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \quad \dots \text{6 分}$$

(2) ∵右焦点 F(1,0)故设 $l:y=k(x-1)$

$$\therefore \text{圆心到直线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$$

$$\therefore k = \pm\sqrt{3} \quad \therefore l: y = \pm\sqrt{3}(x-1) \text{ 代入椭圆方程 } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

$$\text{得: } 7x^2 - 12x + 4 = 0$$

设交点 $E(x_1, y_1), G(x_2, y_2)$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{12}{7} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{7}$$

$$\therefore |EG| = \sqrt{[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2](1 + k^2)} = \frac{8\sqrt{2}}{7} \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$