



15.2 分式的运算

第1课时 分式的乘除——分式的乘除运算

名师点金

1. 乘法、除法是同级运算,做分式乘除混合运算时,应按照从左到右的顺序进行运算.
2. 对于除法运算,要先将除法转化成乘法,注意“一变一倒”,即变除号为乘号,把除式的分子、分母颠倒位置,并注意除式是整式时,可以把整式看成分母为1的式子进行运算.

I 夯实基础·逐点练 (点拨见197页)

随堂导练

知识点1 分式的乘法

1. 计算 $(-\frac{3a}{b}) \cdot \frac{1}{6ab}$ 的结果是 (D)
A. $-8a^2$ B. $-\frac{a}{2b}$ C. $\frac{18a}{b^2}$ D. $-\frac{1}{2b^2}$
2. 计算 $\frac{-b}{2a} \cdot (-\frac{4a}{3b}) \cdot (-\frac{2a}{3b})$ 的结果是 (D)
A. $-\frac{b}{a}$ B. $\frac{b}{a}$ C. $-\frac{b}{4a}$ D. $-\frac{4a}{9b}$
3. 下列计算正确的是 (D)
A. $\frac{a^2}{b^5} \cdot \frac{b^3}{a^5} = \frac{b^3}{a^3}$ B. $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ac}{bd}$
C. $\frac{7b}{2a^3} \cdot \frac{8a^3}{7b^2} = \frac{4a}{b^2}$ D. $a \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{a} = \frac{b}{a}$
4. 计算:(1) $(2015 \cdot \text{吉林}) \frac{x}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x} = \underline{x+y}$;
(2) $(ab-a^2) \cdot \frac{ab}{a-b} = \underline{-a^2b}$.
5. 计算下面四个算式:① $\frac{x}{y} \cdot \frac{b}{a}$; ② $\frac{y}{x} \cdot \frac{2x}{3y}$; ③ $\frac{4}{a} \cdot \frac{a^2+a}{2}$; ④ $\frac{n}{m^2} \cdot \frac{2m^2}{3n^2}$, 其中结果是分式的是 (①④) (填序号)
6. 计算:(2015·宁德) $\frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4x+4}$.
解:原式 $= \frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)^2} = \frac{x-3}{x-2}$.

知识点2 分式的除法

7. (2014·海南) 计算 $\frac{m-1}{m} \div \frac{m-1}{m^2}$ 的结果是 (A)
A. m B. $\frac{1}{m}$ C. $m-1$ D. $\frac{1}{m-1}$
8. (2015·呼和浩特) 下列运算,结果正确的是 (D)
A. $m^2+m^2=m^4$ B. $(m+\frac{1}{m})^2=m^2+\frac{1}{m^2}$
C. $(3mn^2)^2=6m^2n^4$ D. $2m^2n \div \frac{m}{n}=2mn^2$
9. 若 $\frac{x^2-y^2}{a^2x-a^2y} \div \frac{(x+y)^2}{ax+ay}$ 的值是5,则a的值是 (C)

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

10. 阅读下列解题过程,然后回答问题.

$$\text{计算: } \frac{1}{x^2-6x+9} \div \frac{x+3}{x-3} \cdot (9-x^2).$$

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= \frac{1}{(x-3)^2} \div \frac{x+3}{x-3} \cdot (3-x)(3+x) \quad \text{第一步} \\ &= \frac{1}{(x-3)^2} \cdot \frac{x-3}{x+3} \cdot (3-x)(3+x) \quad \text{第二步} \\ &= 1. \quad \text{第三步} \end{aligned}$$

(1) 上述计算过程中,第一步使用的公式用字母表示为 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2, a^2-b^2=(a+b)(a-b)$;

(2) 第二步使用的运算法则用字母表示为 $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$;

(3) 由第二步到第三步进行了分式的 约分;

(4) 以上三步中,第 三 步出现错误,正确的化简结果是 -1.

11. (2015·眉山) 计算: $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x^2+x}{x-1}$.

$$\begin{aligned} \text{解:} & \frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x^2+x}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x(x+1)} \\ & = \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

易错点 做分式乘除混合运算时,未按从左到右的顺序而致错

12. 计算:

$$(1) a \div \frac{1}{b} \cdot b \div \frac{1}{c} \cdot c \div \frac{1}{d} \cdot d; (2) \frac{3x}{y} \div 4y \cdot \frac{x}{4y}.$$

$$\begin{aligned} \text{解:} & (1) a \div \frac{1}{b} \cdot b \div \frac{1}{c} \cdot c \div \frac{1}{d} \cdot d = a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot d \cdot d = ab^2c^2d^2; \\ & (2) \frac{3x}{y} \div 4y \cdot \frac{x}{4y} = \frac{3x}{y} \cdot \frac{1}{4y} \cdot \frac{x}{4y} = \frac{3x^2}{16y^3}. \end{aligned}$$



II 整合方法 · 提升练 (点拨见 197 页)

课后导练

考查角度 1 利用分式的乘除运算法则进行计算

13. 计算:

(1) $\frac{x^2-1}{x^2+4x+4} \div (x-1) \cdot \frac{x+2}{x+1}$;

(2) $\frac{a-1}{a-2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \div \frac{1}{a^2-1}$.

解: (1) 原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{(x+2)^2} \cdot \frac{1}{x-1} \cdot \frac{x+2}{x+1}$

= $\frac{1}{x+2}$;

(2) 原式 = $\frac{a-1}{a-2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2} \cdot (a+1)(a-1) =$

a^2+3a+2 .

考查角度 2 利用分式的乘除运算求值

14. (2015 · 桂林) 先化简, 再求值:

$\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} \div \frac{x-3}{2}$, 其中 $x=3$.

解: 原式 = $\frac{(x-3)^2}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{2}{x-3} = \frac{2}{x+3}$, 当 $x=3$

时, 原式 = $\frac{1}{3}$.

考查角度 3 利用乘法分配律巧求分式除法的值

15. (2015 · 珠海) 先化简, 再求值:

$(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div \frac{1}{x^2-1}$, 其中 $x=\sqrt{2}$.

解: 原式 = $(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \cdot (x+1)(x-1) = \frac{x}{x-1} \cdot$

$(x+1)(x-1) - \frac{1}{x+1} \cdot (x+1)(x-1)$

= $x^2+x-x+1$

= x^2+1 ,

当 $x=\sqrt{2}$ 时, 原式 = $(\sqrt{2})^2+1=3$.

考查角度 4 利用整体思想巧求分式的值

16. 先化简, 再求值:

$\frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \div \frac{1}{a^2-1}$, 其中 a 满足 $a^2-a=12$.

解: $\frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \div \frac{1}{a^2-1} = \frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2} \cdot$

$\frac{(a+1)(a-1)}{1} = (a-2)(a+1) = a^2-a-2$.

当 $a^2-a=12$ 时, 原式 = $12-2=10$.

III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 197 页)

课后选练

拔尖角度 1 利用非负数的性质求分式的值

17. 已知 $\frac{|a-2|+(b-3)^2}{a+b} = 0$, 计算 $\frac{a^2+ab}{b^2} \cdot \frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$

的值.

解: $\frac{a^2+ab}{b^2} \cdot \frac{a^2-ab}{a^2-b^2} = \frac{a(a+b)}{b^2} \cdot \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}$

= $\frac{a^2}{b^2}$.

$\because \frac{|a-2|+(b-3)^2}{a+b} = 0, \therefore |a-2|+(b-3)^2 = 0$ 且

$a+b \neq 0$.

$\therefore a-2=0$ 且 $b-3=0$.

解得 $a=2, b=3$, 此时 $a+b=5 \neq 0$.

$\therefore$ 原式 = $\frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$.

拔尖角度 2 利用分式的乘除法解实际应用问题18. 轮船在静水中的速度为 a km/h, 水流的速度为 b km/h. 求:

(1) 轮船顺流航行 100 km 所用的时间;

(2) 轮船逆流航行 100 km 所用的时间;

(3) 轮船逆流航行 100 km 与顺流航行 100 km 所用的时间比.

解: (1) 轮船顺流航行 100 km 所用的时间为 $\frac{100}{a+b}$ h.

(2) 轮船逆流航行 100 km 所用的时间为 $\frac{100}{a-b}$ h.

(3) $\frac{100}{a-b} : \frac{100}{a+b} = \frac{a+b}{a-b}$.