

15.1 分式

第1课时 从分数到分式

名师点金

分式值为零的条件及求法:

(1) 条件: 分子为 0, 分母不为 0.

(2) 求法: ①利用分子等于 0, 构建方程. ②解方程求出所含字母的值. ③代入验证: 将所求的值代

入分母, 验证是否使分母为 0, 若分母不为 0, 所求的值使分式值为 0; 否则, 应舍去.

注意: 判断一个式子是否是分式, 不能把原式变形后再判断(如约分), 只能根据原来的形式判断.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 196 页)

随堂导练

知识点1 分式的定义

1. 下列各式中, 是分式的是(C)

A. $\frac{x^2}{3}$ B. $\frac{5x}{\pi-1}$ C. $\frac{x^2}{x}$ D. $\frac{2}{3}x^2y+4$

2. 设 A, B 都是整式, 若 $\frac{A}{B}$ 表示分式, 则(C)A. A, B 中都必须含有字母 B. A 中必须含有字母
C. B 中必须含有字母 D. A, B 中都不含字母3. 在 $3, a^2-1, 5a$ 中任选两个构成一个分式,有 $\frac{3}{a^2-1}, \frac{5a}{a^2-1}, \frac{3}{5a}, \frac{a^2-1}{5a}$, 共 4 个.4. 下列各式: $\frac{1}{x}, x+y, \frac{\pi}{3}, \frac{x-y}{\pi}, \frac{2mn}{m}, \frac{a^2-b^2}{a-b},$ $\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b, \frac{2}{x}(x^2-2x)$ 中,整式有 $x+y, \frac{\pi}{3}, \frac{x-y}{\pi}, \frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b$;分式有 $\frac{1}{x}, \frac{2mn}{m}, \frac{a^2-b^2}{a-b}, \frac{2}{x}(x^2-2x)$.

知识点2 分式有意义的条件

5. (2015·金华) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义, 则 x 的取值应满足(D)A. $x=-2$ B. $x \neq 2$ C. $x > -2$ D. $x \neq -2$ 6. 当 $x=-1$ 时, 下列分式中有意义的是(C)

A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{2}{|x|-1}$ C. $\frac{x}{x-1}$ D. $\frac{4}{x^2-1}$

7. 使分式 $\frac{2-x}{x+2}$ 无意义的 x 满足的条件是(B)A. $x=2$ B. $x=-2$ C. $x \neq 2$ D. $x \neq -2$ 8. 下列各式中, 无论 x 取何值, 分式都有意义的是(D)

A. $\frac{1}{2x+1}$ B. $\frac{x}{2x+1}$ C. $\frac{3x+1}{x^2-1}$ D. $\frac{x^2}{2x^2+1}$

知识点3 分式的值为零的条件

9. (2015·常德) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, 则 $x=$ 1.10. (2015·衡阳) 若分式 $\frac{x-2}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为(C)

A. 2 或 -1 B. 0 C. 2 D. -1

11. (2015·黄冈) 下列结论正确的是(B)

A. $3a^2b-a^2b=2$ B. 单项式 $-x^2$ 的系数是 -1C. 使式子 $(x+2)^0$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \neq 0$ D. 若分式 $\frac{a^2-1}{a+1}$ 的值等于 0, 则 $a=\pm 1$ 12. 分式 $\frac{x+a}{3x-1}$ 中, 当 $x=-a$ 时, 下列结论正确的是(C)

A. 分式的值为零

B. 分式无意义

C. 若 $a \neq -\frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零D. 若 $a \neq \frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零

易错点 对分式的定义理解不透导致判断出错

13. 下列说法正确的是(D)

A. $\frac{x^2}{x}$ 是整式, 不是分式 B. $\frac{3a}{\pi}$ 是分式C. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ 是分式 D. $\frac{n}{5m}$ 是分式



II 整合方法·提升练 (点拨见 196 页)

课后导练

考查角度1 利用分式的定义识别分式

14. 下列各式中, 哪些是整式? 哪些是分式?

$$\frac{8}{x+y}, -m^2n, -\frac{a}{2}, \frac{x^2}{x}, \frac{3}{a}, -\frac{5}{3}a^2b, \frac{a}{\pi}.$$

解: $\frac{8}{x+y}, \frac{x^2}{x}, \frac{3}{a}$ 为分式;

$-m^2n, -\frac{a}{2}, -\frac{5}{3}a^2b, \frac{a}{\pi}$ 为整式.

考查角度2 利用分式及分式的值求字母式子的值

题型1 分式的值为0

15. 若 a, b 为实数, 且 $\frac{(a-2)^2 + |b^2 - 16|}{b+4} = 0$, 求 $3a - b$ 的值.

解: 由已知得 $\begin{cases} (a-2)^2 = 0, \\ |b^2 - 16| = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a-2=0, \\ b^2-16=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=4. \end{cases}$

所以 $3a - b = 3 \times 2 - 4 = 2$.

题型2 分式的值为1或-1

16. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为1? 当 x 为何值时,

分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为-1?

解: 因为分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为1, 所以 $4x+3 = x-5$, 解

得 $x = -\frac{8}{3}$. 当 $x = -\frac{8}{3}$ 时, $x-5 = -\frac{8}{3} - 5 = -\frac{23}{3} \neq 0$, 故 $x = -\frac{8}{3}$. 因为分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为-1, 所以这个分式的分子、分母互为相反数, 即 $(4x+3) + (x-5) = 0$, 解得 $x = \frac{2}{5}$. 当 $x = \frac{2}{5}$ 时, $x-5 = \frac{2}{5} - 5 = -\frac{23}{5} \neq 0$, 故 $x = \frac{2}{5}$.

题型3 分式无意义及值为0

17. 已知 $x = -1$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义, $x = 4$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 的值为0, 求 $a+b$ 的值.

解: $\because$ 当 $x = -1$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义, 则 $-1+a = 0$, 即 $a = 1$. 当 $x = 4$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 的值为0, 则 $4-b = 0$, 即 $b = 4$. $\therefore a+b = 1+4 = 5$.

题型4 分式的值为整数 (分类讨论思想)

18. 若分式 $\frac{2}{x+1}$ 的值为整数, 求整数 x 的值.

解: 若分式 $\frac{2}{x+1}$ 的值为整数, 则 $x+1 = -2$ 或 -1 或 1 或 2 , 故 x 的值为 -3 或 -2 或 0 或 1 .

III 探究培优·拓展练 (点拨见 196 页)

课后选练

拔尖角度1 利用分式的意义解分式不等式

19. (2015·绥化) 自学下面材料后, 解答问题.

分母中含有未知数的不等式叫分式不等式. 如: $\frac{x-2}{x+1} > 0$;

$0; \frac{2x+3}{x-1} < 0$ 等. 那么如何求出它们的解集呢?

根据我们学过的有理数除法法则可知: 两数相除, 同号得正, 异号得负. 其字母表达式为:

(1) 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{a}{b} > 0$; 若 $a < 0, b < 0$, 则 $\frac{a}{b} > 0$;

(2) 若 $a > 0, b < 0$, 则 $\frac{a}{b} < 0$; 若 $a < 0, b > 0$, 则 $\frac{a}{b} < 0$.

反之: (1) 若 $\frac{a}{b} > 0$, 则 $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0 \end{cases}$;

(2) 若 $\frac{a}{b} < 0$, 则 $x > 2$ 或 $x < -1$.

根据上述规律, 求不等式 $\frac{x-2}{x+1} > 0$ 的解集.

解: $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}; \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$

由题中规律可知 $\begin{cases} x-2 > 0, \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-2 < 0, \\ x+1 < 0 \end{cases}$,

$\therefore x > 2$ 或 $x < -1$.

拔尖角度2 利用分式表示生活中的数量关系

20. (1) 某种长途电话的收费方式如下: 接通电话的第一分钟收费 a 元, 之后的每一分钟收费 b 元. 如果某人打该长途电话付费 8 元, 则此人打长途电话的时间是 (C)

A. $\frac{8-a}{b}$ min

B. $\frac{8}{a+b}$ min

C. $\frac{8-a+b}{b}$ min

D. $\frac{8-a-b}{b}$ min

(2) 一辆汽车从 A 地到 B 地, 速度是 x km/h, 从 B 地返回 A 地, 速度是 y km/h. 求这辆汽车往返 A, B 两地的平均速度.

解: 假设 A, B 两地的路程为 1 km, 则往返 A, B 两地的总路程为 2 km, 从 A 地到 B 地的时间为 $\frac{1}{x}$ h, 从 B 地返回 A 地的时间为 $\frac{1}{y}$ h. 所以这辆汽车往返 A, B 两地的平均速度为 $\frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ km/h.