



13.4 课题学习 最短路径问题

名师点金

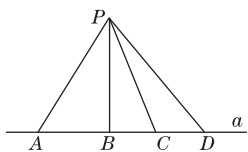
- 最短路径问题的类型:(1)两点一线型的线段和最小值问题;(2)两线一点型线段和最小值问题;(3)两点两线型的线段和最小值问题;(4)造桥选址问题.
- 解决最短路径问题的方法:借助轴对称或平移的知识,化折为直,利用“两点之间,线段最短”或“垂线段最短”来求线段和的最小值.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 185 页)

随堂导练

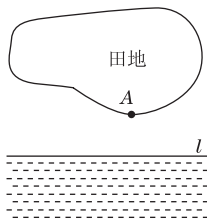
知识点1 运用“垂线段最短”解决最短路径问题

1. 如图,点 P 是直线 a 外一点, $PB \perp a$, A, B, C, D 都在直线 a 上,下列线段中最短的是(**B**)



(第1题)

- A. PA B. PB C. PC D. PD
2. 如图, l 为河岸(视为直线),要想开一条沟将河里的水从 A 处引到田地里去,则应从河边 l 的何处开口才能使水沟最短,找出开口处的位置并说明理由.

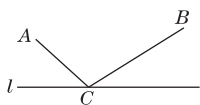


(第2题)

解:图略.理由:垂线段最短.

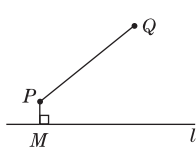
知识点2 运用“两点之间线段最短”解决最短路径问题

3. (2015 · 黔南州) 如图,直线 l 外不重合的两点 A, B ,在直线 l 上求作一点 C ,使得 $AC + BC$ 的长度最短,作法为:①作点 B 关于直线 l 的对称点 B' ;②连接 AB' 与直线 l 相交于点 C ,则点 C 为所求作的点.在解决这个问题时没有运用到的知识或方法是(**D**)
- A. 转化思想
B. 三角形的两边之和大于第三边
C. 两点之间,线段最短
D. 三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角

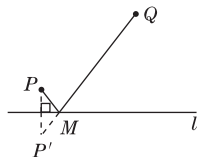


(第3题)

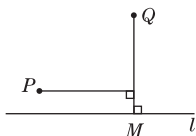
4. 如图,直线 l 表示一条河, P, Q 两地相距 10 km, P, Q 两地到 l 的距离分别为 2 km, 8 km, 欲在 l 上的某点 M 处修建一个水泵站,向 P, Q 两地供水,现有如下四种铺设方案,图中实线表示铺设的管道,则铺设的管道最短的是(**A**)



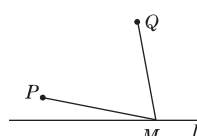
A



B

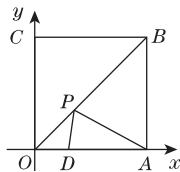


C

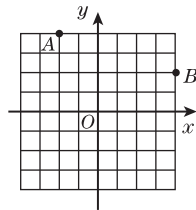


D

5. 如图,四边形 $OABC$ 为正方形,边长为 3,点 A, C 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上,点 D 在 OA 上,且 D 的坐标为 $(1, 0)$, P 是 OB 上的一动点,则“求 $PD + PA$ 和的最小值”要用到的数学依据是(**C**)
- A. “两点之间,线段最短”
B. “轴对称的性质”
C. “两点之间,线段最短”以及“轴对称的性质”
D. 以上答案都不正确



(第5题)



(第6题)

6. 如图,在平面直角坐标系中,点 $A(-2, 4), B(4, 2)$,在 x 轴上取一点 P ,使点 P 到点 A 和点 B 的距离之和最小,则点 P 的坐标是(**C**)
- A. $(-2, 0)$ B. $(4, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(0, 0)$



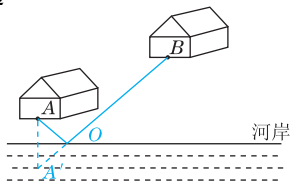


II 整合方法·提升练 (点拨见 185 页)

课后导练

考查角度1 利用轴对称的性质解“两点一线”型线段和的最小值问题

7. 如图,小红要从一间房的 A 点出发到河岸打水后再送到另一间房的 B 点,请通过作图替小红找出最短的路径. 画出小红走的路线.

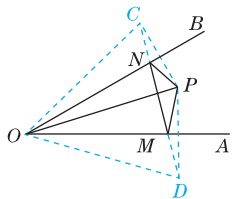


(第 7 题)

解:如答图,作法:作 A 点关于河岸的对称点 A' ,连接 $A'B$,交河岸于点 O,则点 O 就是小红取水点,此时小红走的线路 $AO \rightarrow OB$ 就是最短路线.

考查角度2 利用轴对称的性质解“两线一点”型的线段和的最小值问题

8. (2015·营口)如图,点 P 是 $\angle AOB$ 内任意一点, $OP = 5$ cm, 点 M 和点 N 分别是射线 OA 和射线 OB 上的动点, $\triangle PMN$ 的周长的最小值是 5 cm, 求 $\angle AOB$ 的度数.



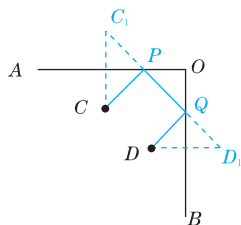
(第 8 题)

解:分别作点 P 关于 OA、OB 的对称点 C、D,连接 CD,分别交 OA、OB 于点 M、N,连接 OC、OD、PM、PN,如答图所示: $\because$ 点 P 关于 OA 的对称点为 D, $\therefore PM = DM, OP = OD, \angle DOA = \angle POA$; $\because$ 点 P 关于 OB 的对称点为 C, $\therefore PN = CN, OP = OC, \angle COB = \angle POB, \therefore OC = OP = OD, \angle AOB = \frac{1}{2} \angle COD, \therefore \triangle PMN$ 的周长的最小值是 5 cm, $\therefore PM + PN + MN = 5, \therefore DM + CN + MN = 5$, 即 $CD = 5 = OP$,

$\therefore OC = OD = CD$, 即 $\triangle OCD$ 是等边三角形, $\therefore \angle COD = 60^\circ, \therefore \angle AOB = 30^\circ$.

考查角度3 利用轴对称的性质解“两线两点”型的线段和的最小值问题

9. 茅坪民族中学八(2)班举行文艺晚会,桌子摆成如图所示两直排(图中的 AO、BO),AO 桌面上摆满了橘子,OB 桌面上摆满了糖果,站在 C 处的学生小明先拿橘子再拿糖果,然后到 D 处座位上,请你帮助他设计一条行走路线,使其所走的总路程最短.

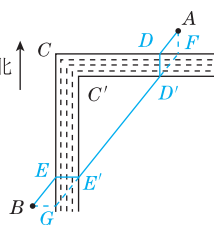


(第 9 题)

解:如答图:

作法:(1)作 C 点关于 OA 的对称点 C_1 , D 点关于 OB 的对称点 D_1 , (2)连接 C_1D_1 , 分别交 OA、OB 于点 P、Q, 连接 CP、DQ, 那么小明沿 $C \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow D$ 的路线行走, 所走的总路程最短.

10. 如图,荆州护城河在 CC' 处直角转弯,河宽均为 5 m,从 A 处到达 B 处,须经两座桥: DD', EE' (桥宽不计),设护城河以及两座桥都是东西、南北方向的,如何架桥可使路程最短?



(第 10 题)

解:如答图:分别由 A、B 向外河岸作垂线,垂足分别为 F、G. 连接 GF, 与内河岸相交于 E', D' . 分别由 E', D' 向外河岸引垂线段 $E'E, D'D$, 连接 AD、BE, 则 DD', EE' 即为桥. 此时,路程最短.

III 探究培优·拓展练 (点拨见 185 页)

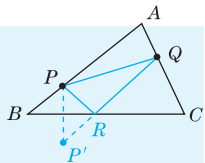
课后选练

拔尖角度1 利用轴对称的性质解三角形周长最小问题(两点一线法)

11. 如图, P、Q 为 $\triangle ABC$ 边上的两个定点, 在 BC 上求作一点 R, 使 $\triangle PQR$ 的周长最小.

解:(1)连接 PQ, 作点 P 关于 BC 所在直线的对称点 P' ;

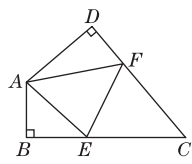
(2)连接 $P'Q$, 交 BC 于点 R, 连接 PR, 则点 R 就是所求作的点(如答图).



(第 11 题)

拔尖角度2 利用轴对称的性质解三角形周长最小问题(逆用两线一点法)

12. (2015·遵义)如图, 四边形 AB-CD 中, $\angle C = 50^\circ, \angle B = \angle D = 90^\circ$, E、F 分别是 BC、DC 上的点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为(D)



(第 12 题)

A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

教你一招

解决三角形(四边形)周长最小问题的方法: 作定点关于某一直线的对称点, 利用轴对称性质, 把几条线段转化到同一条线段上去, 再利用“两点之间, 线段最短”解决问题.