



第3课时 等边三角形——等边三角形的性质和判定

名师点金

根据条件判定等边三角形的解题技巧:

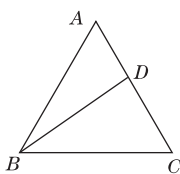
- (1) 若已知三边关系,则考虑用“三条边都相等的三角形是等边三角形”判定.
- (2) 若已知三角关系,则根据“三个角都相等的三角形是等边三角形”判定.
- (3) 若已知该三角形是等腰三角形,则根据“有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形”判定.

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 184 页)

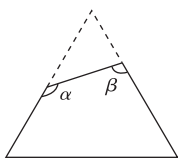
随堂导练

知识点1 等边三角形的性质

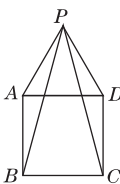
1. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在 AC 边上, $\angle DBC = 35^\circ$, 则 $\angle ADB$ 的度数为(**D**)
- A. 25° B. 60° C. 85° D. 95°



(第1题)

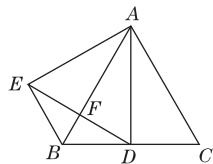


(第2题)

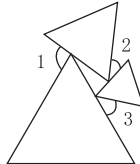


(第3题)

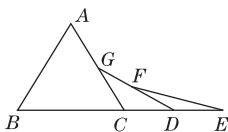
2. 如图, 一个等边三角形纸片, 剪去一个角后得到一个四边形, 则图中 $\angle\alpha + \angle\beta$ 的度数是(**C**)
- A. 180° B. 220° C. 240° D. 300°
3. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle PAD$ 是等边三角形, 则 $\angle BPC$ 等于(**B**)
- A. 20° B. 30° C. 35° D. 40°
4. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, AD 是角平分线, $\triangle ADE$ 是等边三角形, 下列结论: ① $AD \perp BC$; ② $EF = FD$; ③ $BE = BD$. 其中正确结论的个数为(**A**)
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
5. (中考·葫芦岛) 三个等边三角形的位置如图所示, 若 $\angle 3 = 50^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ **130°** .



(第4题)



(第5题)



(第6题)

6. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 B, C, D, E 在同一直线上, 且 $CG = CD, DF = DE$, 则 $\angle E =$ **15°** .

知识点2 等边三角形的判定

7. 等腰三角形补充下列条件后, 仍不一定成为等边三角形的是(**C**)
- A. 有一个内角是 60° B. 有一个外角是 120°
- C. 有两个角相等 D. 腰与底边相等

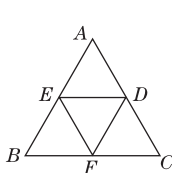
8. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, D, E, F 为各边中点, 则图中共有等边三角形(**D**)
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

9. 下列三角形:

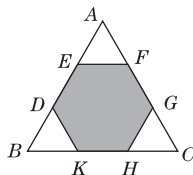
- ① 有两个角等于 60° 的三角形;
 - ② 有一个角等于 60° 的等腰三角形;
 - ③ 三个外角(每个顶点处各取一个外角)都相等的三角形;
 - ④ 一腰上的中线也是这条腰上的高的等腰三角形.
- 其中是等边三角形的有(**D**)

- A. ①②③ B. ①②④
- C. ①③ D. ①②③④

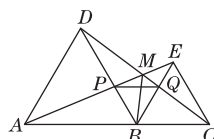
10. 如图, 木工师傅从边长为 90 cm 的正三角形木板上锯出一正六边形木板, 那么正六边形木板的边长为(**C**)
- A. 34 cm B. 32 cm
- C. 30 cm D. 28 cm



(第8题)



(第10题)



(第11题)

11. (2015·荆门) 如图, 点 A, B, C 在一条直线上, $\triangle ABD, \triangle BCE$ 均为等边三角形, 连接 AE 和 CD , AE 分别交 CD, BD 于点 M, P , CD 交 BE 于点 Q , 连接 PQ, BM , 下面结论: ① $\triangle ABE \cong \triangle DBC$; ② $\angle DMA = 60^\circ$; ③ $\triangle BPQ$ 为等边三角形; ④ MB 平分 $\angle AMC$, 其中结论正确的有(**D**)
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

易错点 忽略等腰三角形的特殊情形造成漏解

12. 等腰三角形是轴对称图形, 它的对称轴有(**C**)
- A. 1 条 B. 2 条
- C. 1 条或 3 条 D. 不确定





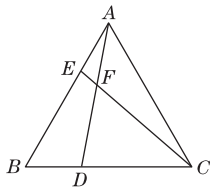
II 整合方法·提升练 (点拨见 184 页)

课后导练

考查角度1 利用等边三角形的性质解边角问题

13. 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中,点 D, E 分别在边 BC, AB 上,且 $BD=AE$, AD 与 CE 交于点 F .

- (1)求证: $AD=CE$;
(2)求 $\angle DFC$ 的度数.



(第 13 题)

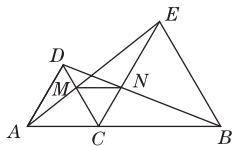
(1)证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \angle BAC = \angle B = 60^\circ, AB = AC$. 又 $\because AE = BD, \therefore \triangle AEC \cong \triangle BDA$ (SAS). $\therefore AD = CE$.

(2)解: 由(1)知 $\triangle AEC \cong \triangle BDA, \therefore \angle ACE = \angle BAD$. $\therefore \angle DFC = \angle FAC + \angle ACE = \angle FAC + \angle BAD = 60^\circ$.

考查角度2 利用等边三角形的性质和判定解全等平行问题

14. 如图,点 C 是线段 AB 上任意一点(点 C 与点 A, B

不重合),分别以 AC, BC 为边在直线 AB 的同侧作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE, AE 与 CD 相交于点 M, BD 与 CE 相交于点 N .连接 MN .



(第 14 题)

求证:(1) $\triangle ACM \cong \triangle DCN$;(2) $MN \parallel AB$.

证明:(1) $\because \triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 都是等边三角形, $\therefore AC = DC, BC = EC, \angle ACD = \angle BCE = 60^\circ$. $\therefore \angle ACD + \angle DCE + \angle ECB = 180^\circ, \therefore \angle DCE = 60^\circ, \therefore \angle ACE = \angle DCB = 120^\circ$. 在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DCB$

中, $\begin{cases} AC = DC, \\ \angle ACE = \angle DCB, \\ CE = CB, \end{cases} \therefore \triangle ACE \cong \triangle DCB$ (SAS).

$\therefore \angle EAC = \angle BDC$. 在 $\triangle ACM$ 与 $\triangle DCN$ 中, $\begin{cases} \angle MAC = \angle NDC, \\ AC = DC, \\ \angle ACM = \angle DCN = 60^\circ, \end{cases} \therefore \triangle ACM \cong \triangle DCN$ (ASA).

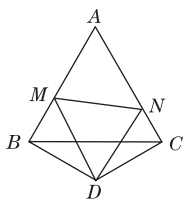
(2) 由(1)知 $\triangle ACM \cong \triangle DCN, \therefore CM = CN$. 又 $\because \angle MCN = 60^\circ, \therefore \triangle CNM$ 为等边三角形, $\angle NMC = 60^\circ. \therefore \angle NMC = \angle ACM = 60^\circ, \therefore MN \parallel AB$.

III 探究培优·拓展练 (点拨见 184 页)

课后选练

拔尖角度1 利用等边三角形的性质求线段的和

15. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为3的等边三角形, $\triangle BDC$ 是等腰三角形,且 $\angle BDC = 120^\circ$.以 D 为顶点作一个 60° 角,使其两边分别交 AB 于点 M ,交 AC 于点 N ,连接 MN ,求 $\triangle AMN$ 的周长.

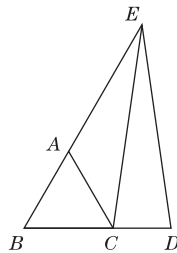


(第 15 题)

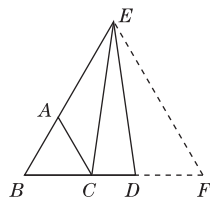
解: $\because \triangle BDC$ 是等腰三角形, 且 $\angle BDC = 120^\circ, \therefore \angle BCD = \angle DBC = 30^\circ$. $\because \triangle ABC$ 是边长为3的等边三角形, $\therefore \angle ABC = \angle BAC = \angle BCA = 60^\circ, \therefore \angle DBA = \angle DCA = 90^\circ$. 延长 AB 至 F ,使 $BF = CN$,连接 DF . 在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 和 $\text{Rt}\triangle CDN$ 中, $BF = CN, DB = DC, \therefore \triangle BDF \cong \triangle CDN, \therefore \angle BDF = \angle CDN, DF = DN$. $\because \angle MDN = 60^\circ, \therefore \angle BDM + \angle CDN = 60^\circ, \therefore \angle BDM + \angle BDF = 60^\circ, \therefore \angle MDF = 60^\circ = \angle MDN$. 在 $\triangle DMF$ 和 $\triangle DMN$ 中, $DF = DN, \angle MDF = \angle MDN, DM = DM, \therefore \triangle DMF \cong \triangle DMN$ (SAS), $\therefore MF = MN$. $\therefore \triangle AMN$ 的周长是 $AM + MN + AN = AM + MB + BF + AN = AB + AC = 6$.

拔尖角度2 利用等边三角形的性质证线段相等(构造全等三角形法)

16. 如图,已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形,延长 BC 到 D ,延长 BA 到 E ,并且使 $AE = BD$,连接 CE, DE .求证: $EC = ED$.



(第 16 题)



(第 16 题答图)

证明: 如答图, 延长 BD 至 F , 使 $DF = BC$, 连接 EF . $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $AE = BD, \therefore \angle B = 60^\circ, BE = BF, \therefore \triangle BEF$ 为等边三角形. $\therefore BE = EF, \angle F = 60^\circ$. 在 $\triangle ECB$ 和 $\triangle EDF$ 中, $\begin{cases} BE = EF, \\ \angle B = \angle F = 60^\circ, \\ BC = DF, \end{cases} \therefore \triangle ECB \cong \triangle EDF$ (SAS). $\therefore EC = ED$.