



第2课时 线段的垂直平分线的性质

名师点金

1. 线段的垂直平分线的性质和判定的“两点作用”:

(1)利用线段垂直平分线的性质可证明两线段相等,只需直线满足垂直、平分即可;(2)利用线段垂直平分线的判定可证明垂直关系和线段相等关系.

2.应用线段垂直平分线的性质要注意两点:(1)点一定在垂直平分线上;(2)距离指的是点到线段两个端点的距离.

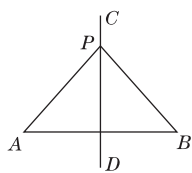
I 夯实基础·逐点练 (点拨见181页)

随堂导练

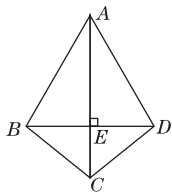
知识点1 线段垂直平分线的性质

1. (中考·义乌)如图,直线 CD 是线段 AB 的垂直平分线, P 为直线 CD 上的一点,已知线段 $PA=5$,则线段 PB 的长度为(**B**)

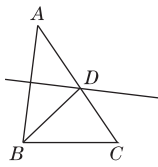
A. 6 B. 5 C. 4 D. 3



(第1题)



(第2题)



(第3题)

2. (中考·临沂)如图,四边形 $ABCD$ 中, AC 垂直平分 BD ,垂足为 E ,下列结论不一定成立的是(**C**)

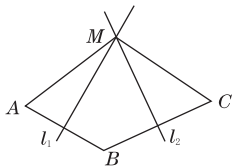
A. $AB=AD$ B. CA 平分 $\angle BCD$
C. $AB=BD$ D. $\triangle BEC \cong \triangle DEC$

3. (2015·随州)如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=6$, $BC=4$,边 AB 的垂直平分线交 AC 于点 D ,则 $\triangle BDC$ 的周长是(**C**)

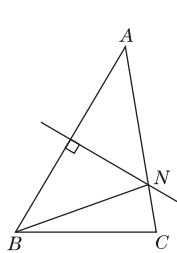
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

4. 如图,已知线段 AB, BC 的垂直平分线 l_1, l_2 交于点 M ,则线段 AM, CM 的大小关系是(**B**)

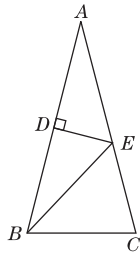
A. $AM > CM$ B. $AM = CM$
C. $AM < CM$ D. 无法确定



(第4题)



(第5题)



(第6题)

5. (2015·遂宁)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4$ cm,线段 AB 的垂直平分线交 AC 于点 N ,若 $\triangle BCN$ 的周长是 7 cm,则 BC 的长为(**C**)

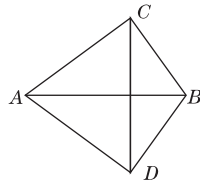
A. 1 cm B. 2 cm
C. 3 cm D. 4 cm

6. (2015·荆州)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AB 的垂直平分线交边 AB 于 D 点,交边 AC 于 E 点,若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EBC$ 的周长分别是 40 cm, 24 cm,则 $AB=$ **16 cm**.

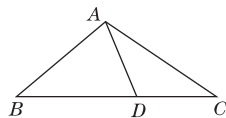
知识点2 线段垂直平分线的判定

7. 如图, $AC=AD$, $BC=BD$,则有(**A**)

A. AB 垂直平分 CD B. CD 垂直平分 AB
C. AB 与 CD 互相垂直平分 D. 以上都不正确



(第7题)



(第9题)

8. 锐角三角形 ABC 内有一点 P ,满足 $PA=PB=PC$,则点 P 是 $\triangle ABC$ (**D**)

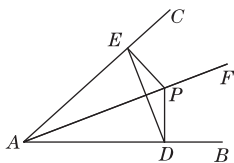
A. 三条角平分线的交点 B. 三条中线的交点
C. 三条高的交点 D. 三边垂直平分线的交点

9. 如图,点 D 在三角形 ABC 的 BC 边上,且 $BC=BD+AD$,则点 D 在线段(**B**)的垂直平分线上.

A. AB B. AC C. BC D. 不确定

易错点 对线段的垂直平分线的判定理解不清

10. 如图, AF 平分 $\angle BAC$, P 是 AF 上任意一点,过 P 向 AB, AC 作垂线 PD, PE ,垂足分别为 D, E ,连接 DE . 求证: AF 垂直平分 DE .



(第10题)

解: $\because AF$ 平分 $\angle BAC$, $PD \perp AB$, $PE \perp AC$ (已知),
 $\therefore PD=PE$ (角平分线上的点到角两边的距离相等),
 $\therefore$ 点 P 在 DE 的垂直平分线上 (与一条线段两个端点距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上).
在 $Rt\triangle PAE$ 和 $Rt\triangle PAD$ 中, $\begin{cases} PA=PA, \\ PE=PD, \end{cases}$
 $\therefore Rt\triangle PAE \cong Rt\triangle PAD$ (HL), $\therefore AE=AD$ (全等三角形的对应边相等),
 $\therefore$ 点 A 在 DE 的垂直平分线上 (与一条线段两个端点距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上),
 $\therefore AF$ 垂直平分 DE .



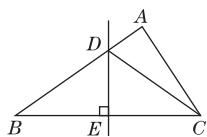
II 整合方法 · 提升练 (点拨见 181 页)

课后导练

考查角度 1 利用线段垂直平分线的性质求线段的长

(方程思想)

11. 如图, 已知: $AB - AC = 2$ cm, BC 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 BC 于点 E , $\triangle ACD$ 的周长为 14 cm, 求 AB, AC 的长.



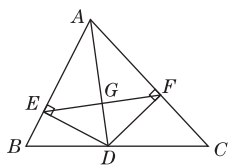
(第 11 题)

解: $\because DE$ 垂直平分 $BC, \therefore DB = DC. \therefore AC + AD + DC = 14$ cm, $\therefore AC + AD + BD = 14$ cm, 即 $AC + AB = 14$ cm. 又 $\because AB - AC = 2$ cm, 设 $AB = x$ cm, $AC = y$ cm. 则 $x + y = 14, x - y = 2$, 解得 $x = 8, y = 6. \therefore AB$ 长为 8 cm, AC 长为 6 cm.

考查角度 2 利用线段垂直平分线的判定证明线段的

垂直平分线

12. 如图, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB, DF \perp AC$, 垂足分别为 E, F . 连接 EF , EF 与 AD 交于点 G . 试判断线段 AD



(第 12 题)

与 EF 的位置关系, 并证明你的结论.解: AD 垂直平分 EF .

证法一(定义法): $\because AD$ 平分 $\angle BAC, DE \perp AB, DF \perp AC, \therefore \angle BAD = \angle CAD, DE = DF$. 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $\begin{cases} AD = AD, \\ DE = DF, \end{cases} \therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD$

(HL). $\therefore AE = AF$. 在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle AFG$ 中, $\begin{cases} AE = AF, \\ \angle EAG = \angle FAG, \\ AG = AG, \end{cases} \therefore \triangle AEG \cong \triangle AFG (\text{SAS}). \therefore EG = FG, \angle AGE = \angle AGF = 90^\circ. \therefore AD$ 垂直平分 EF .

证法二(判定定理): $\because AD$ 平分 $\angle BAC, DE \perp AB, DF \perp AC, \therefore DE = DF$. 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $\begin{cases} AD = AD, \\ DE = DF, \end{cases} \therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD (\text{HL}), \therefore AE = AF. \therefore$ 点 A 在 EF 的垂直平分线上. 同理, 点 D 也在 EF 的垂直平分线上. $\therefore AD$ 垂直平分 EF .

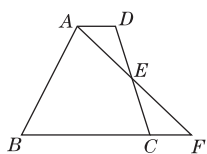
III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 181 页)

课后选练

拔尖角度 1 利用线段垂直平分线的性质和判定探究

线段垂直平分线的条件

13. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, E$ 为 CD 的中点, 连接 AE 并延长 AE 交 BC 的延长线于点 F .



(第 13 题)

- (1) 求证: $CF = AD$;

- (2) 若 $AD = 2, AB = 8$, 当 BC 的长为

多少时, 点 B 在线段 AF 的垂直平分线上, 为什么?

(1) 证明: $\because AD \parallel BC, \therefore \angle ECF = \angle ADE. \because E$ 为 CD 的中点, $\therefore CE = DE$. 在 $\triangle FEC$ 与 $\triangle AED$ 中, $\begin{cases} \angle FEC = \angle AED, \\ CE = DE, \\ \angle ECF = \angle EDA, \end{cases} \therefore \triangle FEC \cong \triangle AED (\text{ASA}).$

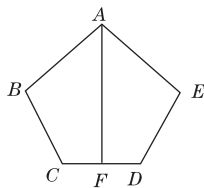
 $\therefore CF = AD$.

(2) 解: 当 $BC = 6$ 时, 点 B 在线段 AF 的垂直平分线上. 理由: $\because BC = 6, AD = 2, AB = 8, \therefore AB = BC + AD$. 又 $\because CF = AD, BC + CF = BF, \therefore AB = BF, \therefore$ 点 B 在线段 AF 的垂直平分线上.

拔尖角度 2 利用线段垂直平分线的性质说明与全等

三角形有关的角相等 (构造全等三角形法)

14. 如图, 已知 $AB = AE, BC = ED, AF \perp CD$ 且 F 是 CD 的中点, 试说明: $\angle B = \angle E$.



(第 14 题)

解: 连接 AC, AD . $\because AF \perp CD$ 且 F 是 CD 的中点, $\therefore AC = AD$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中, $\begin{cases} AB = AE, \\ AC = AD, \\ BC = ED, \end{cases}$

 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED (\text{SSS}),$ $\therefore \angle B = \angle E$.