



第3课时 三角形的外角

名师点金

三角形内角和定理的推论:三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和,大于和它不相邻的任一内角.此推论的主要应用有:

(1)已知外角与和它不相邻的两个内角中的任意一个可求“另一个”.

(2)利用推论可证一个角为另两个角的和.

(3)利用三角形内角和定理作为中间关系式证明两个角相等.

(4)可以证明两角的不等关系.

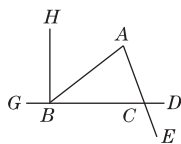
I 夯实基础·逐点练 (点拨见170页)

随堂导练

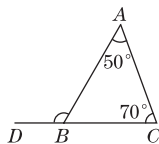
知识点1 三角形外角的定义

1. 如图,下列关于 $\triangle ABC$ 的外角的说法正确的是(**D**)

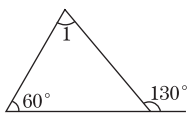
- A. $\angle HBA$ 是 $\triangle ABC$ 的外角
- B. $\angle HBG$ 是 $\triangle ABC$ 的外角
- C. $\angle DCE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角
- D. $\angle GBA$ 是 $\triangle ABC$ 的外角



(第1题)



(第3题)



(第4题)

2. 关于三角形的外角,下列说法中错误的是(**A**)

- A. 一个三角形只有三个外角
- B. 三角形的每个内角处都有两个外角
- C. 三角形的外角是与它相邻内角的邻补角
- D. 一个三角形共有六个外角

知识点2 三角形外角的性质

3. (2015·桂林)如图, $\angle A = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$,则外角 $\angle ABD$ 的度数是(**B**)

- A. 110°
- B. 120°
- C. 130°
- D. 140°

4. (2015·柳州)图中 $\angle 1$ 的大小等于(**D**)

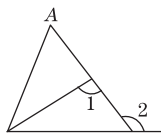
- A. 40°
- B. 50°
- C. 60°
- D. 70°

5. 若三角形的一个外角小于与它相邻的内角,则这个三角形是(**C**)

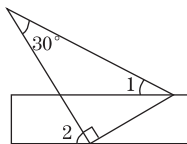
- A. 直角三角形
- B. 锐角三角形
- C. 钝角三角形
- D. 钝角三角形或锐角三角形

6. 如图, $\angle A$, $\angle 1$, $\angle 2$ 的大小关系是(**B**)

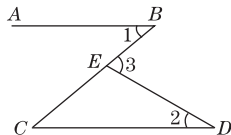
- A. $\angle A > \angle 1 > \angle 2$
- B. $\angle 2 > \angle 1 > \angle A$
- C. $\angle A > \angle 2 > \angle 1$
- D. $\angle 2 > \angle A > \angle 1$



(第6题)



(第7题)



(第8题)

7. (2015·襄阳改编)如图,将一块含有 30° 角的直角三角尺的两个顶点放在长方形直尺的一组对边上,如果 $\angle 2 = 60^\circ$,那么 $\angle 1$ 的度数为(**D**)

- A. 60°
- B. 50°
- C. 40°
- D. 30°

8. (2015·十堰)如图, $AB \parallel CD$,点E在线段BC上,若 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$,则 $\angle 3$ 的度数是(**A**)

- A. 70°
- B. 60°
- C. 55°
- D. 50°

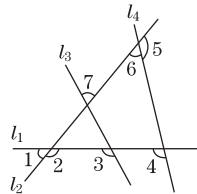
知识点3 三角形的外角和

9. 下列对三角形的外角和叙述正确的是(**C**)

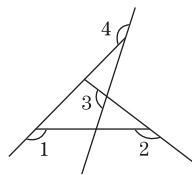
- A. 三角形的外角和等于 180°
- B. 三角形的外角和就是所有外角的和
- C. 三角形的外角和等于所有外角和的一半
- D. 以上都不对

10. 如图是四条互相不平行的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 所截出的七个角,关于这七个角的度数关系,下列结论中正确的是(**B**)

- A. $\angle 2 = \angle 4 + \angle 7$
- B. $\angle 3 = \angle 1 + \angle 7$
- C. $\angle 1 + \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$
- D. $\angle 2 + \angle 3 + \angle 5 = 360^\circ$



(第10题)



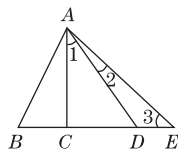
(第11题)

11. 如图, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ **540** 度.

易错点 忽略外角的性质中“不相邻”这一条件

12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,在BC延长线上取点D,E,连接AD,AE,则下列式子中正确的是(**C**)

- A. $\angle ACB > \angle ACD$
- B. $\angle ACB > \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
- C. $\angle ACB > \angle 2 + \angle 3$
- D. 以上都正确



(第12题)



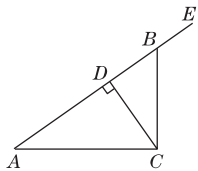
II 整合方法 · 提升练 (点拨见 170 页)

课后导练

考查角度1 利用三角形外角的性质求角度

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , $\angle BCD = 35^\circ$.

求: (1) $\angle EBC$ 的度数; (2) $\angle A$ 的度数.

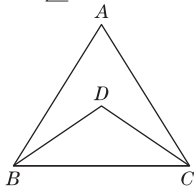


(第 13 题)

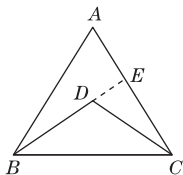
解: (1) $\because CD \perp AB, \therefore \angle BDC = 90^\circ. \therefore \angle EBC = \angle BDC + \angle BCD = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ.$
 (2) $\because \angle BCD = 35^\circ, AC \perp BC, \therefore \angle ACD = 55^\circ, \therefore \angle A = 35^\circ.$

考查角度2 利用三角形外角的性质证明不等关系 (构造法)

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是三角形内一点, 试说明: $\angle BDC > \angle A$.



(第 14 题)



(第 14 题答图)

解: 如答图, 延长 BD 交 AC 于点 E . 因为在 $\triangle ABE$ 中, $\angle BEC > \angle A$, 在 $\triangle CDE$ 中, $\angle BDC > \angle BEC$, 所以 $\angle BDC > \angle A$.

考查角度3 利用三角形的外角求角并探究角间的关系

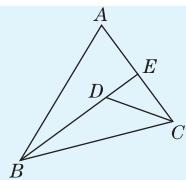
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 $\angle ACB$ 与 $\angle ABC$ 的角平分线的交点, BD 的延长线交 AC 于点 E .

(1) 若 $\angle A = 70^\circ$, 求 $\angle BDC$ 的度数;

(2) 若 $\angle EDC = 50^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数;

(3) 请直接写出 $\angle A$ 与 $\angle BDC$ 之间的数量关系 (不必说明理由).

解: (1) $\because \angle A = 70^\circ, \therefore \angle ABC + \angle ACB = 110^\circ. \because BD, CD$ 分别为 $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线, $\therefore \angle ABD = \angle DBC, \angle ACD = \angle BCD. \therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) =$



(第 15 题)

$55^\circ. \therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 125^\circ.$

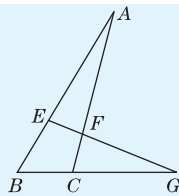
(2) $\because \angle EDC = 50^\circ, \therefore \angle BDC = 130^\circ. \therefore \angle DBC + \angle DCB = 50^\circ. \because BD, CD$ 分别为 $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线, $\therefore \angle ABD = \angle DBC, \angle ACD = \angle BCD. \therefore \angle ABC + \angle ACB = 2(\angle DBC + \angle DCB) = 100^\circ. \therefore \angle A = 80^\circ.$

(3) $\angle BDC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A.$

考查角度4 利用三角形外角的性质证明角的和差关系

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $\angle AEF = \angle AFE$, EF 与 BC 的延长线交于点 G , 试说明: $\angle G = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B).$

解: 因为 $\angle AEF = \angle AFE, \angle AFE = \angle GFC$, 所以 $\angle AEF = \angle GFC$. 因为 $\angle AEF = \angle B + \angle G$, 所以 $\angle GFC = \angle B + \angle G$. 又因为 $\angle ACB = \angle GFC + \angle G$, 所以 $\angle ACB = \angle B + 2\angle G$, 所以 $\angle G = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B).$



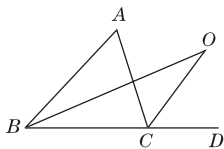
(第 16 题)

III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 171 页)

课后选练

拔尖角度1 利用三角形外角的性质求三角形内、外角平分线的夹角

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 的平分线交于点 O , 求 $\angle O$ 的度数.

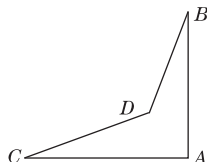


(第 17 题)

解: 由题意得 $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle DCO = \frac{1}{2}\angle ACD,$
 $\therefore \angle O = \angle DCO - \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ACD - \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}(\angle ACD - \angle ABC) = \frac{1}{2}\angle A = 30^\circ.$

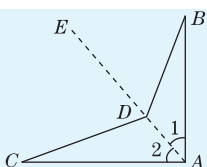
拔尖角度2 利用三角形外角的性质解实际问题 (转化思想, 构造法)

18. 一个零件的形状如图所示, 按规定 $\angle A$ 应等于 90° , $\angle B$ 和 $\angle C$ 分别是 21° 和 20° , 质量检验员量得 $\angle BDC = 130^\circ$ 后就断定这个零件不合格. 请说明为什么?



(第 18 题)

解: 如答图, 连接 AD 并延长到点 E , 则 $\angle CDE = \angle C + \angle 2, \angle BDE = \angle B + \angle 1$. 所以 $\angle CDE + \angle BDE = \angle C + \angle 2 + \angle B + \angle 1$. 所以 $\angle BDC = \angle C + \angle B + \angle CAB$. 若零件合格, 则 $\angle BDC = 20^\circ + 21^\circ + 90^\circ = 131^\circ$. 而量得 $\angle BDC = 130^\circ$, 所以这个零件不合格.



(第 18 题答图)