



11.2 与三角形有关的角

第①课时 三角形的内角——三角形的内角和

名师点金

- 任意一个三角形的三个内角和都等于 180° ，这一性质是三角形中角的关系的一个非常重要的性质，当已知三角形的两个内角时，可以很容易求出第三个角。例如，在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，那么 $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$ 。
- 三角形的三个内角中至少有两个是锐角，三角形中最大的角不小于 60° 。

I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 170 页)

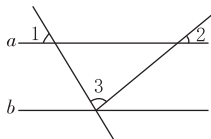
随堂导练

知识点1 三角形内角和定理

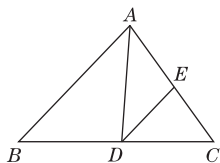
- 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为(**D**)
A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°
- (中考·泉州) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是(**D**)
A. 等边三角形 B. 锐角三角形
C. 直角三角形 D. 钝角三角形
- 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B$ 是 $\angle A$ 的 2 倍， $\angle C$ 比 $\angle A$ 大 20° ，则 $\angle A$ 等于(**A**)
A. 40° B. 60° C. 80° D. 90°
- (2015·滨州) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ，则 $\angle C$ 等于(**C**)
A. 45° B. 60° C. 75° D. 90°

知识点2 三角形内角和的应用

- (2015·临沂) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 3$ 等于(**C**)
A. 40° B. 60° C. 80° D. 100°



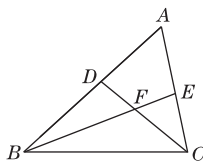
(第5题)



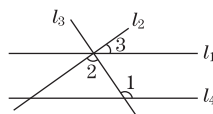
(第6题)

- (2014·邵阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 46^\circ$ ， $\angle C = 54^\circ$ ，AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 D，DE $\parallel$ AB，交 AC 于点 E，则 $\angle ADE$ 的大小是(**C**)
A. 45° B. 54° C. 40° D. 50°
- (2015·绵阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线 BE，CD 相交于 F， $\angle ABC = 42^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle BFC =$ (**C**)
A. 118° B. 119° C. 120° D. 121°

- (2015·北京) 如图，直线 l_1, l_2, l_3 交于一点，直线 $l_4 \parallel l_1$ ，若 $\angle 1 = 124^\circ$ ， $\angle 2 = 88^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为(**B**)
A. 26° B. 36° C. 46° D. 56°

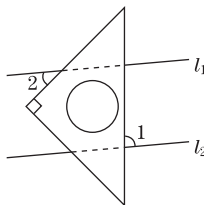


(第7题)

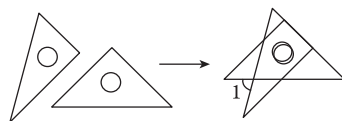


(第8题)

- (2014·威海) 直线 $l_1 \parallel l_2$ ，一块含 45° 角的直角三角尺如图放置， $\angle 1 = 85^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ **40°** 。



(第9题)

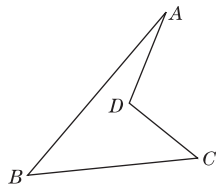


(第10题)

- (2014·随州) 将一副直角三角尺如图放置，使含 30° 角的三角尺的直角边和含 45° 角的三角尺的一条直角边重合，则 $\angle 1 =$ **75°** 度。

易错点 忽视非三角形问题用内角和定理而致错

- 如图，说明 $\angle A + \angle B + \angle C$ 与 $\angle ADC$ 之间的关系。



(第11题)

解：连接 BD. $\because \angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$ ，
 $\angle C + \angle DBC + \angle CDB = 180^\circ$ ， $\therefore \angle A + \angle ABD + \angle ADB + \angle C + \angle DBC + \angle CDB = 360^\circ$ ，
 又 $\because \angle ADB + \angle CDB + \angle ADC = 360^\circ$ ， $\therefore \angle A + \angle ABC + \angle C + 360^\circ - \angle ADC = 360^\circ$ ， $\therefore \angle A + \angle ABC + \angle C = \angle ADC$ 。



II

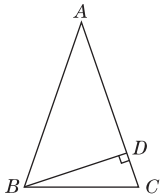
整合方法·提升练 (点拨见170页)

课后导练

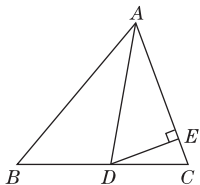
【考查角度1】利用三角形内角和求与高相关的角

12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle ABC = 2\angle A$, BD 是 AC 边上的高,求 $\angle DBC$ 的度数.

解: $\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$, $\angle C = \angle ABC = 2\angle A$,
 $\therefore 5\angle A = 180^\circ$. $\therefore \angle A = 36^\circ$, $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$.
 $\because BD$ 是 AC 边上的高, $\therefore \angle BDC = 90^\circ$.
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - \angle BDC - \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$.



(第12题)



(第13题)

【考查角度2】利用三角形内角和求与角平分线相关的角

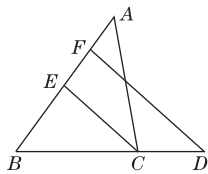
13. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是角平分线, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$.

- (1) 求 $\angle ADB$ 的度数;
 (2) 若 $DE \perp AC$,求 $\angle EDC$ 的度数.

解: (1) $\because \angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 60^\circ$.
 又 $\because AD$ 是角平分线, $\therefore \angle BAD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle BAD - \angle B = 100^\circ$.
 (2) $\because DE \perp AC$, $\therefore \angle DEC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EDC = 180^\circ - \angle DEC - \angle C = 20^\circ$.

【考查角度3】利用三角形内角和求与平行线相关的角

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 46^\circ$, CE 是 $\angle ACB$ 的平分线,点 B, C, D 在同一条直线上, $FD \parallel EC$, $\angle D = 42^\circ$,求 $\angle B$ 的度数.

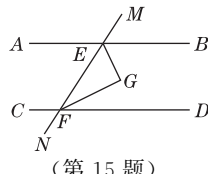


(第14题)

解: $\because FD \parallel EC$, $\angle D = 42^\circ$, $\therefore \angle BCE = \angle D = 42^\circ$.
 $\because CE$ 是 $\angle ACB$ 的平分线, $\therefore \angle ACB = 2\angle BCE = 84^\circ$. 又 $\because \angle A = 46^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle ACB - \angle A = 180^\circ - 84^\circ - 46^\circ = 50^\circ$.

【考查角度4】利用三角形内角和判断三角形的形状

15. 如图, $AB \parallel CD$, MN 分别交 AB , CD 于点 E, F , $\angle BEF$ 与 $\angle DFE$ 的平分线交于点 G .



(第15题)

- (1) 求 $\angle GEF + \angle GFE$ 的度数;
 (2) $\triangle EFG$ 是什么三角形? 请说明理由.

解: (1) $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$.
 $\because \angle BEF$ 与 $\angle DFE$ 的平分线相交于点 G , $\therefore \angle GEF = \frac{1}{2} \angle BEF$, $\angle GFE = \frac{1}{2} \angle DFE$, $\therefore \angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle DFE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$.
 (2) $\triangle EFG$ 是直角三角形. 理由如下: $\because$ 在 $\triangle EFG$ 中, $\angle GEF + \angle GFE = 90^\circ$, $\therefore \triangle EFG$ 是直角三角形.

III

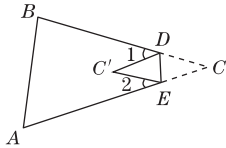
探究培优·拓展练 (点拨见170页)

课后选练

【拔尖角度1】利用三角形内角和定理探究图形折叠问题

(折叠法、整体思想)

16. 如图,将 $\triangle ABC$ 的一角折叠,使点 C 落在 $\triangle ABC$ 内一点 C' 上.



(第16题)

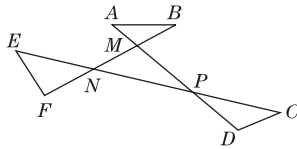
- (1) 若 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$,求 $\angle C$ 的度数;
 (2) 试通过第(1)问,直接写出 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle C$ 三者之间的数量关系.

解: (1) 由已知得 $\triangle C'DE$ 和 $\triangle CDE$ 能够重合,
 $\therefore \angle C'DE = \angle CDE$, $\angle C'ED = \angle CED$. $\because \angle 1 + \angle C'DE + \angle CDE = 180^\circ$, $\therefore 40^\circ + 2\angle CDE = 180^\circ$.
 $\therefore \angle CDE = 70^\circ$. 同理 $\angle 2 + \angle C'ED + \angle CED = 180^\circ$,
 $\therefore 30^\circ + 2\angle CED = 180^\circ$. $\therefore \angle CED = 75^\circ$. $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CDE - \angle CED = 180^\circ - 70^\circ - 75^\circ = 35^\circ$.
 (2) $\angle C = \frac{1}{2}(\angle 1 + \angle 2)$.

【拔尖角度2】利用三角形内角和定理探究多角和的问题

(转化思想、整体思想)

17. 如图,请猜想 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数,并说明你的理由.



(第17题)

解: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$. 理由如下: 因为 $\angle A + \angle B + \angle AMB = 180^\circ$, $\angle AMB + \angle BMP = 180^\circ$, 所以 $\angle BMP = \angle A + \angle B$. 同理得 $\angle ENM = \angle E + \angle F$, $\angle MPC = \angle C + \angle D$. 又因为 $\angle BMP + \angle ENM + \angle MPC = (180^\circ - \angle NMP) + (180^\circ - \angle MNP) + (180^\circ - \angle MPN) = 540^\circ - (\angle NMP + \angle MNP + \angle MPN) = 360^\circ$, 所以 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$.